

# 粲物理与格点量子色动力学

刘朝峰

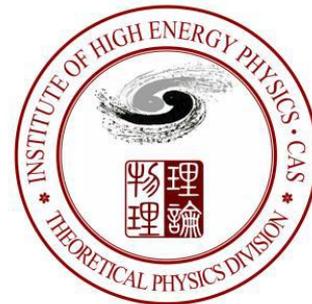
高能物理研究所

liuzf@ihep.ac.cn

基础物理研究中心

安徽理工大学

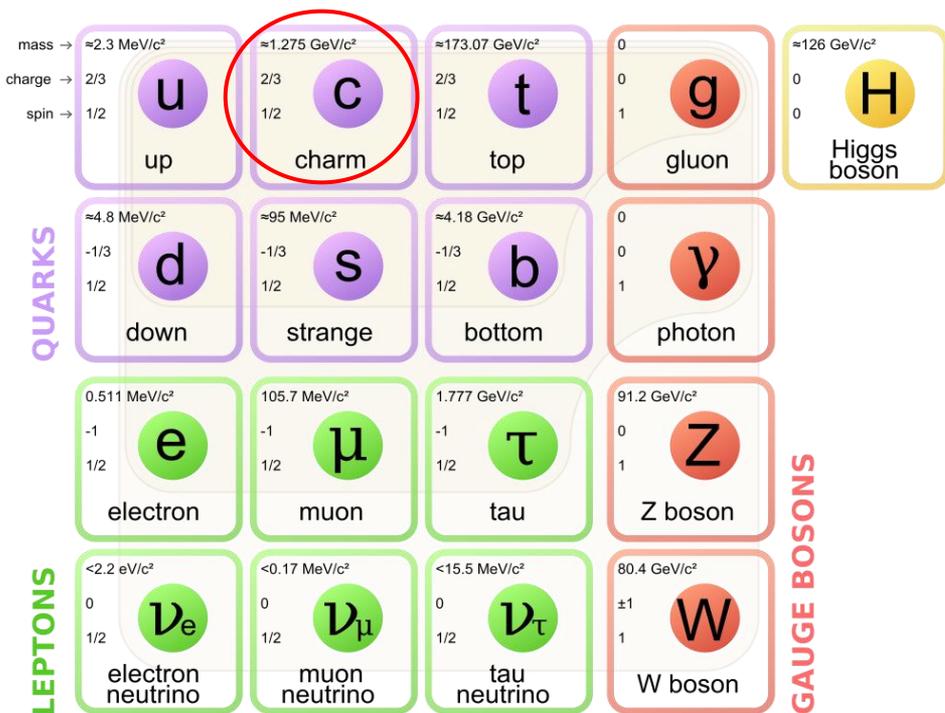
淮南 2024.05.30



# 提纲

- 研究动机
- 格点量子色动力学 (QCD)
- 粲物理的格点QCD研究
  - ✓ 衰变常数(纯轻衰变)
  - ✓ 形状因子(辐射衰变)
- 粲夸克质量、谱学
- .....
- 总结

# 粒子物理标准模型(Standard Model)



- 物质基本结构，基本相互作用
- 不包括引力相互作用（引力很小）
- 三代费米子：夸克、轻子
- 中微子无质量
- 相互作用由规范玻色子传递
- 弱、电磁、强相互作用

- 2012年LHC上发现希格斯玻色子（“上帝粒子”）
- BEH (Brout-Englert-Higgs) 玻色子 (Brout去世于2011年)
- 汤川耦合使费米子获得质量
- 希格斯粒子有自相互作用



2013物理诺贝尔奖：恩格勒，希格斯

# 标准模型

- 理论：相对论量子场论
  - 微观粒子—量子力学
  - 高速运动，接近光速—相对论
  - 粒子的产生和湮灭—场论
- 规范对称性：
  - $SU(2)_L \times U(1)_Y$  电弱统一理论
  - $SU(3)_C$  量子色动力学， $U(1)$ 量子电动力学

## 超出标准模型的新物理

- 中微子质量：2012年3月，大亚湾中微子实验发现第三种中微子振荡模式
- 暗物质：星系的旋转速度比引力理论的预言快，需要额外的引力来源
- 暗能量：宇宙膨胀速度越来越快，需要某种反引力的东西
- 标准模型只能解释宇宙中不到5%的物质
- 正-反物质的不对称性
- 引力没被包括；强相互作用和电弱相互作用没有统一

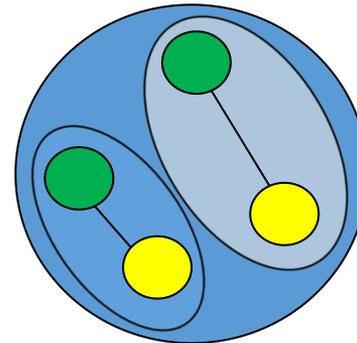
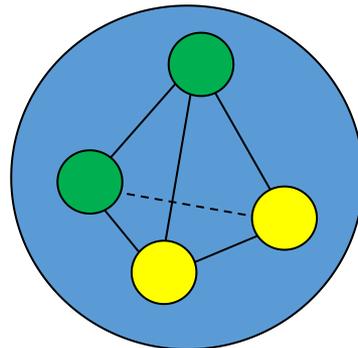
# 标准模型留下的作业

CEPC

- LHC上发现的希格斯粒子不一定是标准模型里的希格斯粒子（需要希格斯工厂）
- 强子谱和奇异强子(X, Y, Z共振结构)
- 理解质子的内部结构
- QCD相变（解禁闭、手征）



QCD在低能区  
不能微扰求解



# 量子色动力学 (QCD)

- 作用量:

$$S_{\text{QCD}} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{f=1}^{n_f} \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f \right\}$$

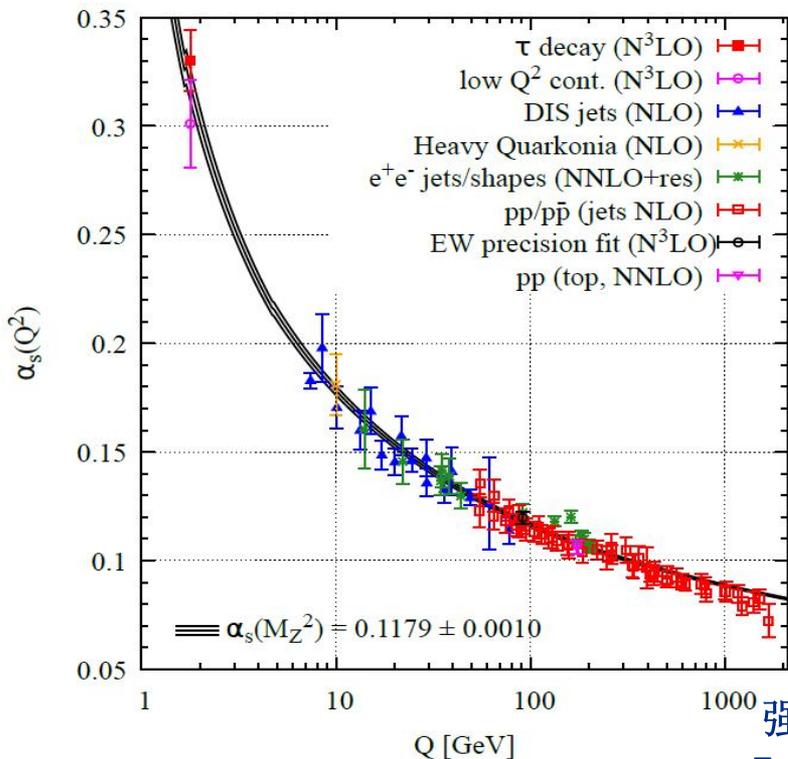
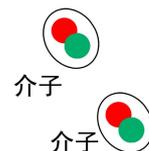
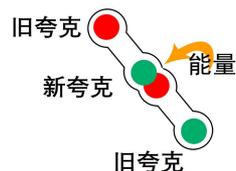
这里 $f$ 是夸克的味道，夸克场的自旋和色指标没有显式写出来。 $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ 。

- 单独考虑QCD， $n_f$ 个夸克质量是自由参数。另外还有一个参数是耦合常数 $g$ 。
- 要和物理世界做比较，我们需要先确定 $n_f + 1$ 个自由参数。
- 夸克被禁闭在强子里，因此夸克质量是通过强子的物理质量来确定的。
- **高能实验和微扰计算告诉我们，QCD是描写夸克、胶子间强相互作用的正确理论（比如SLAC的深度非弹实验和理论计算的对比）**

# QCD的非微扰特性

- 强子(介子和重子)都是色荷中性的, 目前实验没直接观测到带色荷的自由粒子
- 耦合系数随能标的跑动(最低阶计算):

$$\alpha_s(Q) = \frac{4\pi}{b_0 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}$$



- $b_0 = 11 - 2N_f/3$
- $\Lambda_{QCD} \approx 0.3 \text{ GeV}$
- 低能标下,  $\alpha_s(Q) \geq 1$
- 不能做微扰展开计算
- 质子质量大概为1 GeV
- 如何将强子与QCD的基本自由度夸克、胶子联系起来?

强相互作用跑动耦合常数  
Zyla et al. (PDG), PTEP2020,  
083C01

# 格点QCD

- 1973, K. G. Wilson
- 1979, M. Creutz

[Wilson, Phys. Rev. D 10, 2445]

$$\langle 0 | \psi(x) \bar{\psi}(y) | 0 \rangle = \frac{\int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi \psi(x) \bar{\psi}(y) e^{i \int \mathcal{L}_{QCD} d^4x}}{\int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi e^{i \int \mathcal{L}_{QCD} d^4x}}$$

- 基于4维欧氏空间路径积分的数值模拟
- ## 关联函数的计算

$$\langle O \rangle = \frac{\int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi O[A, \bar{\psi}, \psi] e^{-\int \mathcal{L}_{QCD} d^4x}}{\int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi e^{-\int \mathcal{L}_{QCD} d^4x}}$$

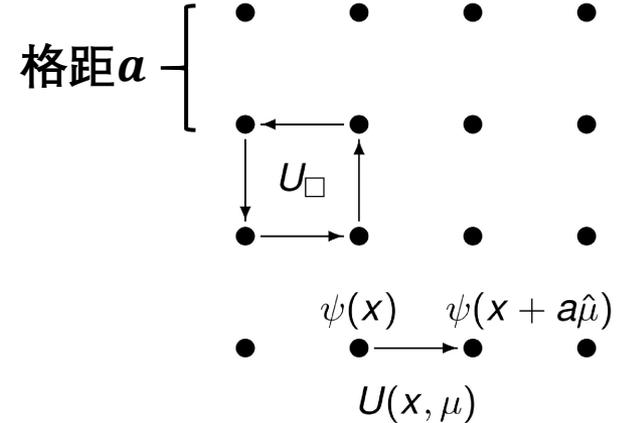
$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi} M[A] \psi + \mathcal{L}_G, \quad M = \gamma \cdot D + m_q$$

规范场  $A_\mu$  放在格点之间的链接上, 保证规范不变性

$$\text{链接变量 } U(x, \mu) = e^{i g a A_\mu(x)}$$

- 完成费米子场的积分后:

$$\langle O(U, \bar{\psi}, \psi) \rangle = \frac{\int DU_\mu O[U, M^{-1}[U]] \text{Det}[M[U]] e^{-S_G}}{\int DU_\mu \text{Det}[M[U]] e^{-S_G}}$$



- $M$ 的维度  $\sim \mathcal{O}(10^7)$ :  
 $L^3 \times T \times N_{\text{color}} \times N_{\text{spin}}$
- 双精度保存完整的  $M^{-1}$   
 需要磁盘空间  $\gtrsim 1$  PB  
 ( $32^3 \times 64$ 大小的格子)

# 格点QCD

$$\langle O \rangle = \frac{\int DU_\mu O[U, M^{-1}[U]] \text{Det}[M[U]] e^{-S_G}}{\int DU_\mu \text{Det}[M[U]] e^{-S_G}} \sim \frac{\int dx f(x) \rho(x)}{\int dx \rho(x)}$$

- 巨大的高维积分，无法直接计算

按几率分布产生  $U$  (组态)

$$P[U] \propto \text{Det}[M[U]] e^{-S_G}$$

对规范场的路径积分变为对组态的统计平均

$$\langle O \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N O_i$$

统计误差： $N$ 有限

- 用重点抽样产生组态：gluon fields  $U$  (最耗时

机时的部分)

- 海夸克效应  $\text{Det}[M[U]]$

- 价夸克传播子  $M^{-1}[U]$

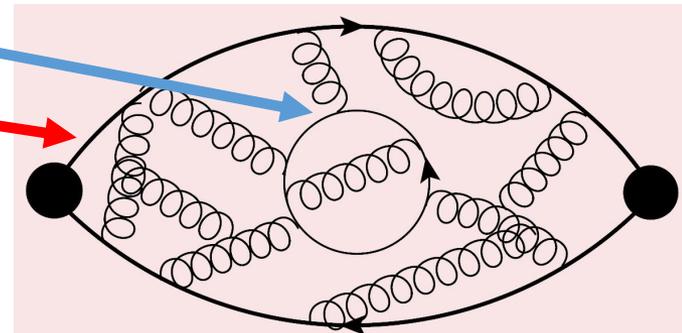
- 计算价夸克传播子和强子关联函数

很耗时，需要大量硬盘空间

- 数据分析和拟合：给出强子质量及矩阵元

- 输入若干实验测量值，确定理论自由参数：格距

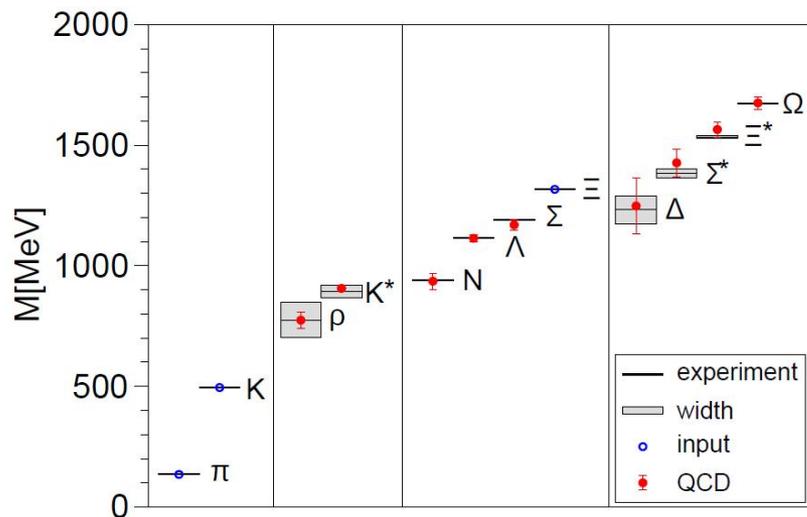
$a$  和夸克质量  $m_q$ ，预言其他物理结果



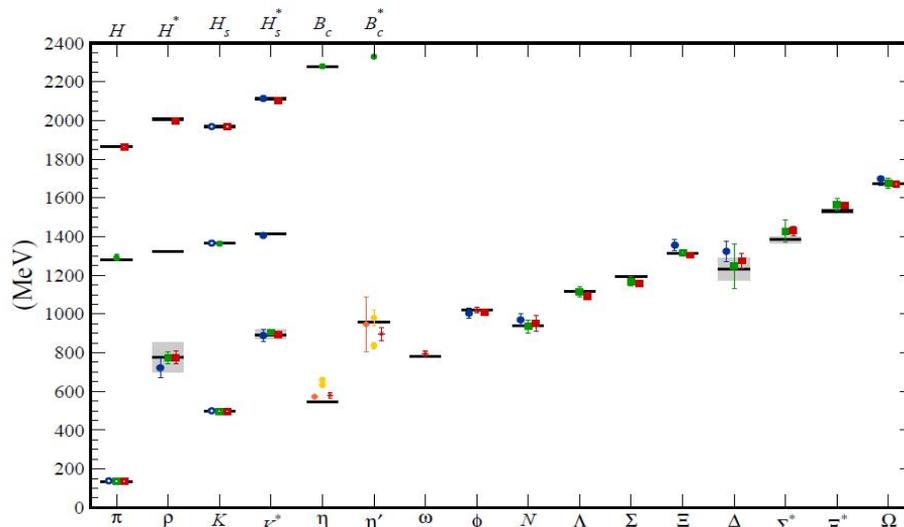
介子两点关联函数

# LQCD研究内容

- 强子谱：质子、 $\pi$ 介子质量， $Z_c(3900,4020,4025)$ ，中子质子质量差...



Science 2008, BMW

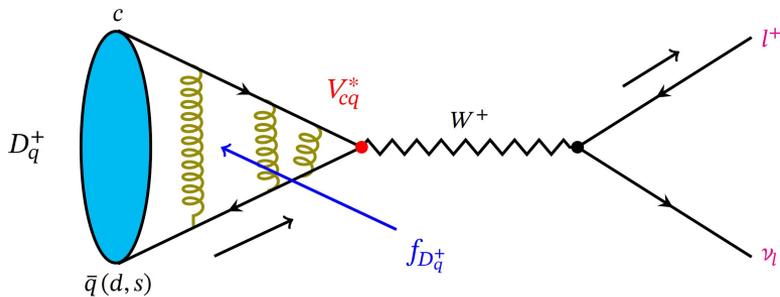


MILC, PACS-CS, BMW, RBC-UKQCD....., arXiv:1203.1204

- 强子结构：分布函数、质子自旋，强子质量来源， ...
- 标准模型参数和重整化：夸克质量，强耦合常数， ...
- 有限温度和有限密度：手征相变，退禁闭相变，强磁场下物质性质， ...
- 弱衰变和强子矩阵元：CKM矩阵元，介子衰变常数，形状因子， ...

# 强物理与LQCD

- LQCD can calculate form factors and meson decay constants appearing in weak decays of hadrons
- Combined with experiments, they can give us CKM matrix elements
- Test the SM (is CKM unitary?)
- Or use  $V_{ab}$  from elsewhere to compare QCD/SM results with experiments



courtesy arXiv:2103.00908

2024-5-30 刘朝峰

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Cabibbo-Kobayashi-Maskawa(CKM)矩阵

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ \pi \rightarrow l\nu & K \rightarrow l\nu & B \rightarrow \pi l\nu \\ & K \rightarrow \pi l\nu & \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ D \rightarrow l\nu & D_s \rightarrow l\nu & B \rightarrow D l\nu \\ D \rightarrow \pi l\nu & D \rightarrow K l\nu & B \rightarrow D^* l\nu \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \\ B_d \leftrightarrow \bar{B}_d & B_s \leftrightarrow \bar{B}_s & \end{pmatrix}$$

抽取CKM矩阵元      衰变常数可由LQCD给出

实验测量

$$\Gamma(P \rightarrow l\nu) = \frac{G_F^2 |V_{q_1 q_2}|^2}{8\pi} f_P^2 m_\ell^2 M_P \left(1 - \frac{m_\ell^2}{M_P^2}\right)^2$$

# 粲介子衰变常数

- $f_{D^{(*)}}$  :  $\langle 0 | \bar{q}(0) \gamma_\mu \gamma_5 c(0) | P(p) \rangle = i f_P p_\mu$       $q = d, s$

$$\langle 0 | \bar{q}(0) \gamma^\mu q'(0) | V(p, \lambda) \rangle = f_V m_V e_\lambda^\mu$$

- $f_V^T / f_V(\overline{MS}, 2 \text{ GeV})$       $\langle 0 | \left( \bar{q}(0) \sigma^{\mu\nu} q'(0) \right) (\mu) | V(p, \lambda) \rangle = i f_V^T(\mu) (e_\lambda^\mu p^\nu - e_\lambda^\nu p^\mu)$

(需要张量流重整化常数  $Z_T^{\overline{MS}}$ )

$$\Gamma_{(D_s^* \rightarrow \ell \nu)} = \frac{G_F^2}{12\pi} |V_{cs}|^2 f_{D_s^*}^2 M_{D_s^*}^3 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{M_{D_s^*}^2}\right)^2 \left(1 + \frac{m_\ell^2}{2M_{D_s^*}^2}\right)$$

$$\text{Br} = 3.4(1.4) \times 10^{-5} \quad [\text{HPQCD, PRL 112, 212002 (2014)}]$$

- Determine CKM elements

- $f_V$  not easy to be measured

- Leptonic decay branching ratios are small;  $D_s^* \rightarrow l\nu$  reported by BESIII (PRL131.141802(2023))

- Test the accuracy of Heavy Quark Effective Theory:  $f_V / f_P = 1 + \mathcal{O}(1/m_Q)$

- $f_V^T / f_V$  for  $D^*$  and  $D_s^*$  are inputs for LCSR in calculations of  $B \rightarrow V$  form factors at low  $q^2$

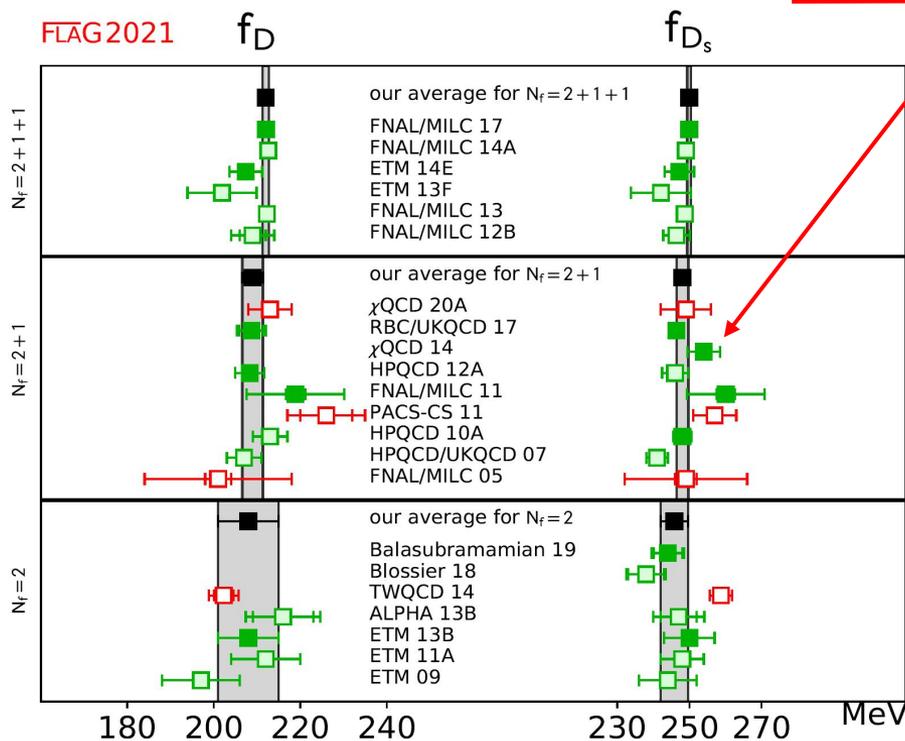
- Input parameters for QCD factorization in studies of nonleptonic B decays, e.g.,  $B \rightarrow D^{(*)} M$

# $f_D$ 、 $f_{D_s}$ 格点QCD结果

- 赝标粲介子衰变常数的LQCD计算精度已达到1%或更高, 例如 $f_{D_s}$
- 矢量介子衰变常数的计算相对匮乏

[22] chiQCD, 1410.3343, PRD92.034517.2015

Collaboration	Ref.	$N_f$	$D_u$	$C_0$	$ch$	$fit$	$re$	$hc$	$f_D$	$f_{D_s}$
$\chi$ QCD 14	[22]	2+1	A	○	○	○	★	✓		254(2)(4)

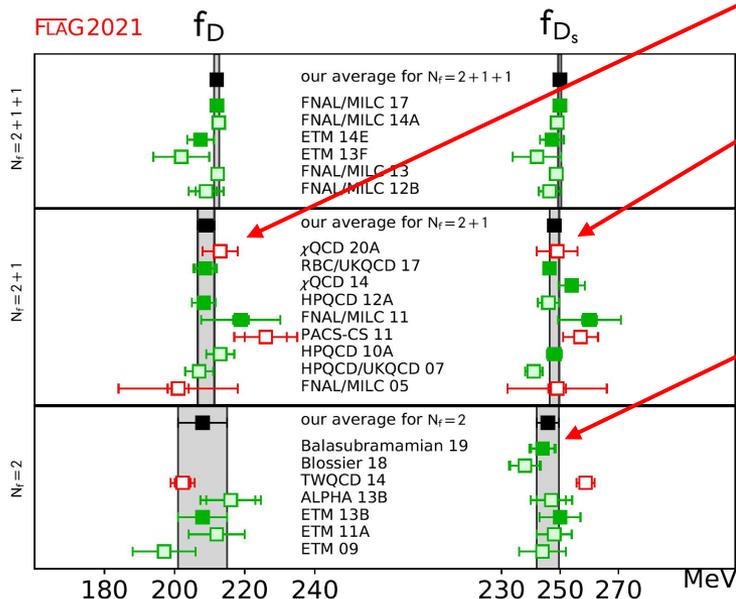


- $N_f = 2 + 1$ :  
 $f_{D_s} = 248.0(1.6)$  MeV  
 $f_D = 209.0(2.4)$  MeV
- $N_f = 2 + 1 + 1$ :  
 $f_{D_s} = 249.9(0.5)$  MeV  
 $f_D = 212.0(0.7)$  MeV
- PDG2016 (CPC40):  
 $f_{D_s}^{exp} = 257.8(4.1)$  MeV
- 格点结果与实验在 $2\sigma$ 之内一致
- PDG2020 [PTEP2020.083C01]:  
 $f_D |V_{cd}| = 46.2(1.2)$  MeV  
 $f_{D_s} |V_{cs}| = 245.7(4.6)$  MeV

# 赝标粲介子衰变常数

[480] chiQCD, Y. Chen, ..., ZL et al., CPC 45, 023109 (2021)

Collaboration	Ref.	$N_f$	$pt$	$coi$	$chi$	$fm$	$rel$	$he$	$f_D$	$f_{D_s}$	$f_{D_s}/f_D$	$a \sim 0.11$ fm
$\chi$ QCD 20A <sup>††</sup>	[480]	2+1	A	■	★	★	★	✓	213(5)	249(7)	1.16(3)	



FLAG Review 2021, Eur. Phys. J. C (2022) 82, 869

- 也给出了矢量介子  $D_s^*$ 、 $D^*$  以及  $\phi$  的衰变常数
- $a \sim 0.08$  fm 的计算正在整理论文  
李东浩, 王庭霄 et al., to appear

Balasubramanian and Blossier, Eur. Phys. J. C 80 (2020) 412 [1912.09937], 增加一个格距, 更新2018年的结果

## 2021年之后的格点QCD计算

A. Bussone et al. (Alpha Collab.), 2309.14154  
2+1 味, twisted mass fermion on improved Wilson fermion

$$f_D = 211.3(1.9)(0.6) \text{ MeV}$$

$$f_{D_s} = 247.0(1.9)(0.7) \text{ MeV}$$

$$f_{D_s}/f_D = 1.177(15)(5)$$

S. Kuberski et al. (RQCD & Alpha), 2405.04506

2+1 味, improved Wilson fermion

$$f_D = 208.4(1.5) \text{ MeV}$$

$$f_{D_s} = 246.8(1.3) \text{ MeV}$$

$$f_{D_s}/f_D = 1.1842(36)$$

BESIII结果包括:  $f_{D_s} = 251.1(2.4)(3.0) \text{ MeV}$  [PRL127.171801.2021]

$f_{D_s^+} = 255.0(4.0)(3.2)(1.0) \text{ MeV}$  [PRR108.092014.2023]

# 矢量粲介子衰变常数 $f_{D^*}$ 和 $f_{D_s^*}$

	$D^*$	$D_s^*$	$\phi$
$f_M/\text{MeV}$	234(3)(5)	274(5)(5)	241(9)(2)
$f_V^T/f_V$	<b>0.91(3)(2)</b>	<b>0.92(3)(2)</b>	

Y. Chen, ..., ZL et al., Chin. Phys. C45, no.4 (2021), arXiv:2008.05208

- First LQCD results for  $f_{D^*(s)}^T/f_{D^*(s)}$
- Dominant errors from Z-factors (~3%) and finite  $a$  (~2%)

## 提高重正化常数的精度

F. He, ..., ZL et al., 2204.09246, PRD106.114506

Y. Bi, ..., ZL et al., 2302.01659, PRD108.054506

相对误差

$$Z_S^{\overline{\text{MS}}}(2 \text{ GeV}) = 1.009(16) \quad \mathbf{1.6\%} \quad (\mathbf{2014\text{年}: 2.3\%})$$

$$Z_T^{\overline{\text{MS}}}(2 \text{ GeV}) = 1.157(11) \quad \mathbf{1.0\%} \quad (\mathbf{2018\text{年}: 2.9\%})$$

Heavy quark symmetry breaking (~10%)

$$f_V/f_{PS} = 1 + \mathcal{O}(1/m_Q)$$

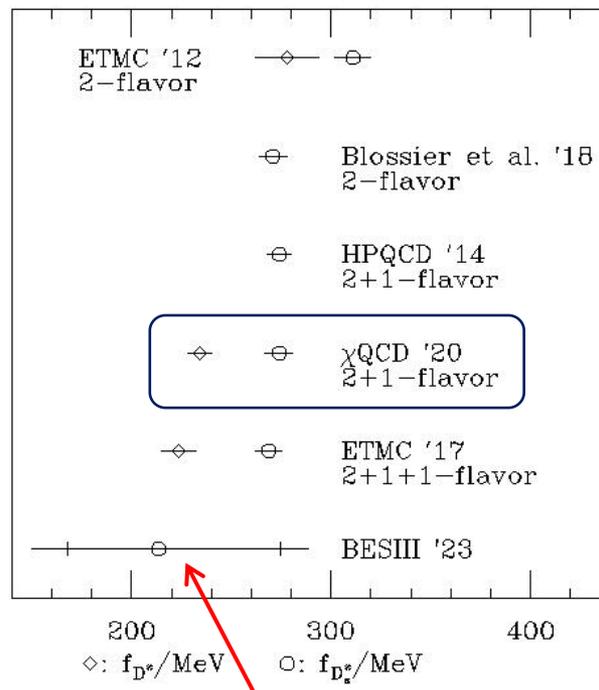
$$f_{D^*}/f_D = 1.10(2)(2)$$

$$f_{D_s^*}/f_{D_s} = 1.10(3)(2)$$

SU(3) flavor symmetry breaking (~17%)

$$f_{D_s}/f_D = 1.163(14)(23)$$

$$f_{D_s^*}/f_{D^*} = 1.17(2)(2)$$



BESIII对  $D_s^{*+} \rightarrow e^+ \nu_e$  的首个  
测量结果[2304.12159, PRL]

# 粲介子衰变常数

李东浩, ..., 王庭霄 et al., to appear

$1/a$ (GeV)	Label	$am_l/am_s$	Volume	$N_{\text{conf}} \times N_{\text{src}}$
2.383(9)	f004	0.004/0.03	$32^3 \times 64$	$628 \times 1$
	f006	0.006/0.03	$32^3 \times 64$	$42 \times 16$
	f008	0.008/0.03	$32^3 \times 64$	$49 \times 16$

RBC-UKQCD, 2+1味组态

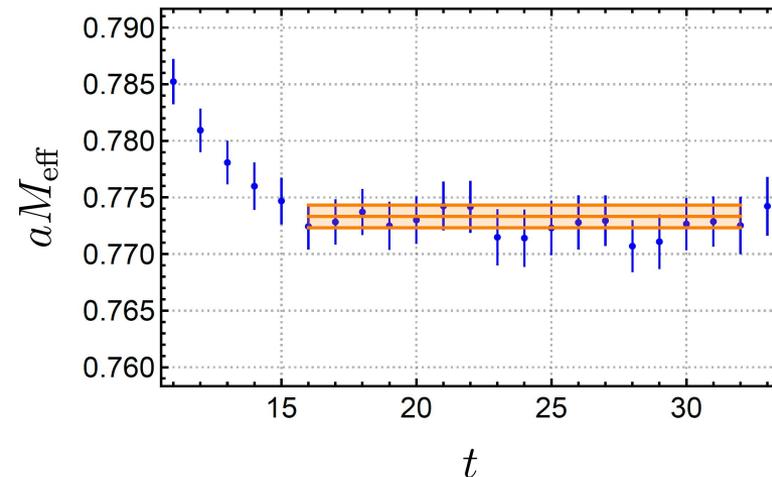
- 费米子作用量: overlap (价夸克) + domain wall (海夸克)
- 格子大小:  $32^3 \times 64$ ,  $L \sim 2.7$  fm,  $a \sim 0.08$  fm
- 海夸克质量:  $am_l = 0.004/0.006/0.008$ , ( $m_\pi^{\text{sea}} \approx 302, 360, 412$  MeV)  
 $am_s = 0.03$
- 价夸克质量:  $am_{u/d} = 0.0046, \dots, 0.024$  ( $m_\pi \approx 220, \dots, 500$  MeV) (10个)  
 $am_s = 0.037, 0.040, 0.043, 0.046, 0.049, 0.052$  (6个)  
 $am_c = 0.450, 0.492, 0.500, 0.550$  (4个)
- 输入参数:  $m_\pi^2 \Rightarrow m_{u/d}$ ,  $m_{ss}^2 \equiv 2m_K^2 - m_\pi^2 \Rightarrow m_s$ ,  $m_{J/\psi} \Rightarrow m_c$

$$m_{D_s^*}(m_s, m_c, m_l^{\text{sea}}) = m_{D_s^*}^{\text{phy}} + b_2 \Delta m_{ss}^2 + b_3 \Delta m_{J/\psi} + b_5 \Delta m_\pi^2(\text{sea})$$

$$\Delta m_{ss}^2 \equiv m_{ss}^2 - m_{ss}^2(\text{phy}), \quad \Delta m_{J/\psi} \equiv m_{J/\psi} - m_{J/\psi}(\text{phy})$$

$$\Delta m_\pi^2(\text{sea}) \equiv m_\pi^2(\text{sea}) - m_\pi^2(\text{sea, phy})$$

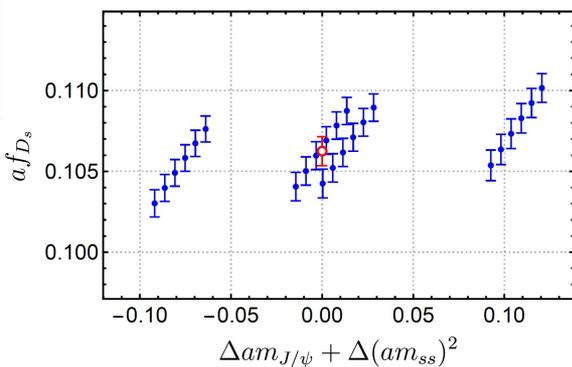
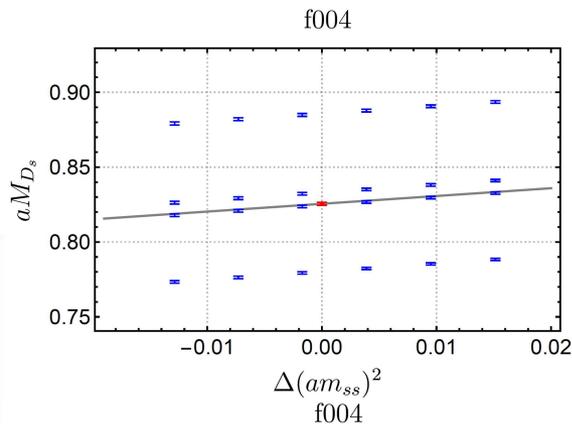
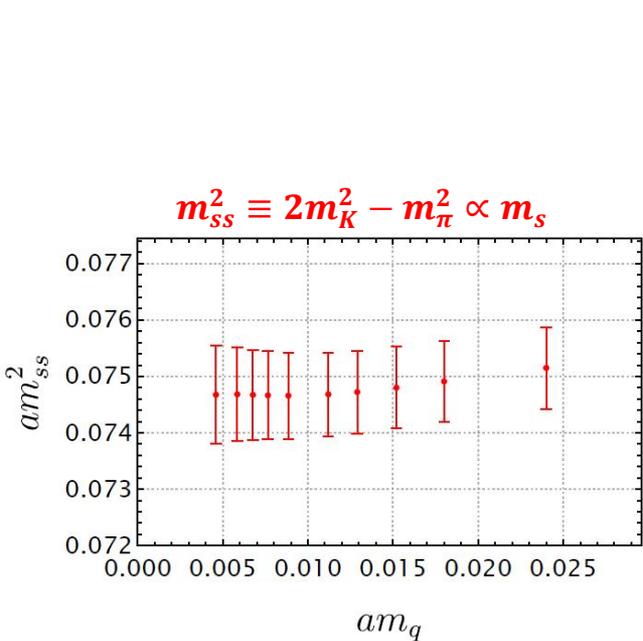
$m_{D_s}$  拟合结果及质量平台



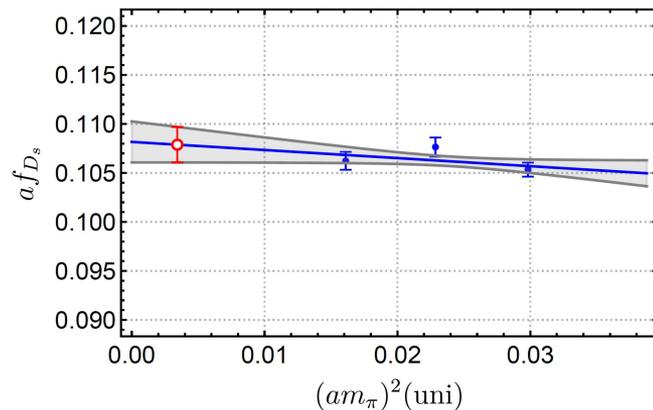
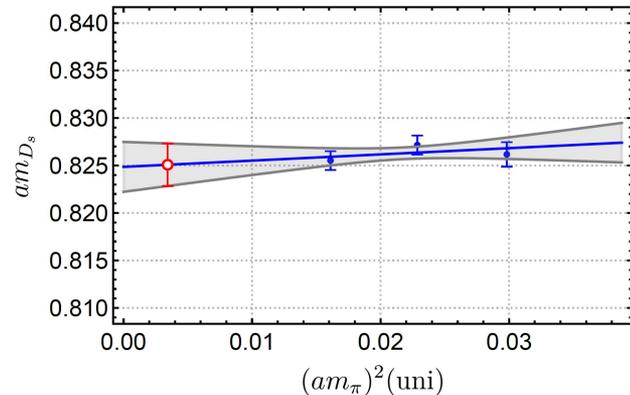
# 内插/外推到物理质量点

$$(X = m, f_P, f_V, f_V^T)$$

$$X_{D_s^{(*)}}(m_s, m_c, m_l^{\text{sea}}) = X_{D_s^{(*)}}^{\text{phy}} + b_2 \Delta m_{ss}^2 + b_3 \Delta m_{J/\psi} + b_5 \Delta m_\pi^2(\text{sea})$$



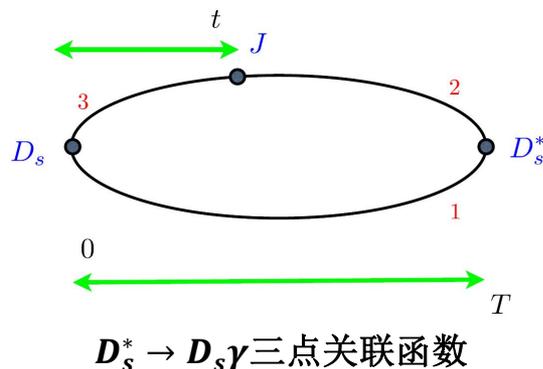
价夸克质量内插



轻海夸克质量外推

## $D_s^*$ 辐射衰变

HPQCD, PRL 112, 212002 (2014)



$$Z \langle D_s^*(p', \varepsilon) | \mathcal{V}^\mu | D_s(p) \rangle = \frac{2\varepsilon^{\mu\alpha\beta t}}{m_{D_s} + m_{D_s^*}} \varepsilon_\alpha^* p_\beta p'_t V(q^2)$$

$$\Gamma_{(D_s^* \rightarrow D_s \gamma)} = \alpha_{\text{QED}} \frac{4|\vec{q}|^3}{3(M_{D_s} + M_{D_s^*})^2} \frac{|V_s(0) - 2V_c(0)|^2}{9}$$

$$= \mathbf{0.066(26) \text{ keV}}$$

由  $D_s^* \rightarrow D_s \gamma$  分支比的实验值  $\mathbf{94.2(7)\%}$  BABAR, PRD72.091101(2005)

给出  $D_s^*$  总宽度:  $\mathbf{0.070(28) \text{ keV}}$

$$\Gamma_{(D_s^* \rightarrow \ell \nu)} = \frac{G_F^2}{12\pi} |V_{cs}|^2 f_{D_s^*}^2 M_{D_s^*}^3 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{M_{D_s^*}^2}\right)^2 \left(1 + \frac{m_\ell^2}{2M_{D_s^*}^2}\right)$$

$$f_{D_s^*} = \mathbf{274(6) \text{ MeV}} \longrightarrow \Gamma_{D_s^* \rightarrow \ell \nu} = \mathbf{2.4(1) \times 10^{-6} \text{ keV}} \longrightarrow \text{Br} = \mathbf{3.4(1.4) \times 10^{-5}}$$

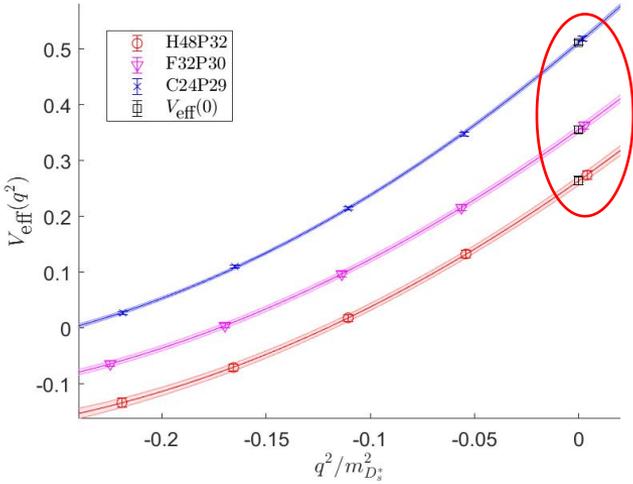
$D_s^* \rightarrow \ell \nu$  ( $\ell = e, \mu$ ) 分支比实验测量, 结合总宽度及  $|V_{cs}|$ , 可给出衰变常数  $f_{D_s^*}$

# $D_s^*$ 辐射衰变

孟雨 et al., arXiv:2401.13475 (PRD109.074511)

$$\langle D_s(p) | J_\nu^{\text{em}}(0) | D_{s,\mu}^*(p') \rangle = \frac{2V_{\text{eff}}(q^2)}{m_{D_s} + m_{D_s^*}} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha p'_\beta$$

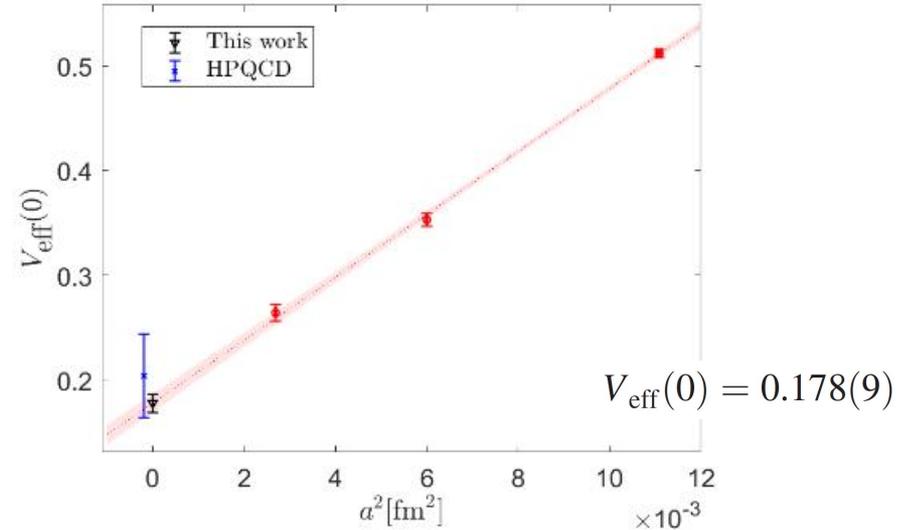
$$\Gamma(D_s^* \rightarrow \gamma D_s) = \frac{4}{3} \frac{\alpha(\delta m)^3}{(m_{D_s} + m_{D_s^*})^2} |V_{\text{eff}}(0)|^2$$



$$V_{\text{eff}}(q^2) = d_0 + d_1 \cdot \frac{q^2}{m_{D_s^*}^2} + d_2 \cdot \frac{q^4}{m_{D_s^*}^4} + \mathcal{O}(q^6/m_{D_s^*}^6)$$

Ensemble	C24P29	C32P30	C48P32
$a(\text{fm})$	0.10530(18)	0.07746(18)	0.05187(26)
$a\mu_s$	-0.2400	-0.2050	-0.1700
$a\mu_c$	0.4479	0.2079	0.0581
$L^3 \times T$	$24^3 \times 72$	$32^3 \times 96$	$48^3 \times 144$
$N_{\text{cfg}} \times N_{\text{src}}$	$450 \times 72$	$377 \times 96$	$306 \times 72$
$m_\pi(\text{MeV})$	292.7(1.2)	303.2(1.3)	317.2(0.9)
$m_{J/\psi}(\text{MeV})$	3098.6(0.3)	3094.9(0.4)	3096.5(0.3)

CLQCD, 2+1味组态



$$\Gamma(D_s^* \rightarrow \gamma D_s) = 0.0549(54) \text{ keV}$$

## $D_s^*$ 总宽度及纯轻衰变

HPQCD给出 $D_s^*$ 总宽度: 0.070(28) keV

以及  $\text{Br}(D_s^* \rightarrow l\nu) = 3.4(1.4) \times 10^{-5}$

(PRL112, 212002 (2014))

$$\Gamma(D_s^* \rightarrow \gamma D_s) = 0.0549(54) \text{ keV}$$

$D_s^* \rightarrow D_s \gamma$ 分支比的实验值93.5(7)% PDG

$D_s^*$ 总宽度: 0.0587(54) keV

$D_s^* \rightarrow l\nu$  ( $l = e, \mu$ )分支比实验测量, 结合总宽度, 可给出 $f_{D_s^*}|V_{cs}|$

BESIII对 $D_s^{*+} \rightarrow e^+ \nu_e$ 分支比的首个测量结果:  
[2304.12159, PRL131.141802(2023)]

- BESIII + HPQCD

$$f_{D_s^*}|V_{cs}| = (207.9_{-44.6}^{+59.4} \text{stat.} \pm 9.9_{\text{syst. exp}} \pm 41.5_{\text{syst. latt}}) \text{ MeV}$$

- BESIII + this work

$$f_{D_s^*}|V_{cs}| = (190.5_{-41.7}^{+55.1} \text{stat.} \pm 9.1_{\text{syst. exp}} \pm 8.7_{\text{syst. latt}}) \text{ MeV}$$

(李东浩 et al., to appear) + (this work)

$$f_{D_s^*} = 280(11) \text{ MeV} \longrightarrow \Gamma_{D_s^* \rightarrow l\nu} = 2.5(2) \times 10^{-6} \text{ keV} \longrightarrow \text{Br} = 4.26(52) \times 10^{-5}$$

$D_s^* \rightarrow D_s e^+ e^-$

$$R_{ee} = \frac{\Gamma(D_s^* \rightarrow D_s e^+ e^-)}{\Gamma(D_s^* \rightarrow D_s \gamma)}$$

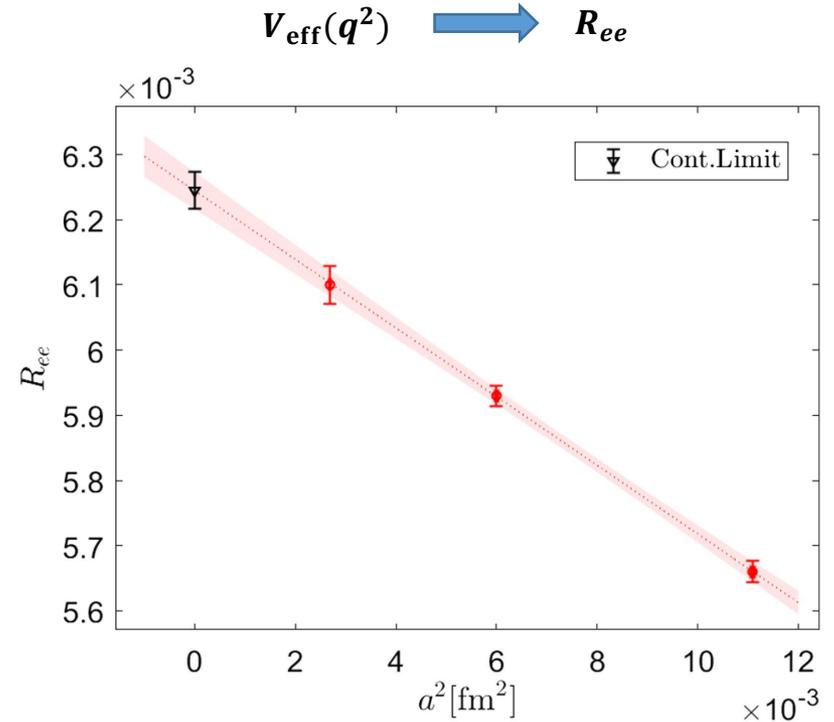
$$= \frac{\alpha}{3\pi} \int \frac{dq^2}{q^2} \left| \frac{V_{\text{eff}}(q^2)}{V_{\text{eff}}(0)} \right|^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{q^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2m_e^2}{q^2}\right)$$

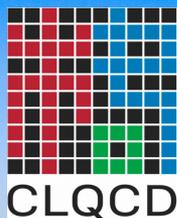
$$\times \left[ \left(1 + \frac{q^2}{m_{D_s^*}^2 - m_{D_s}^2}\right)^2 - \frac{4m_{D_s^*}^2 q^2}{(m_{D_s^*}^2 - m_{D_s}^2)^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

PDG:  $R_{ee} = 0.67(16)\%$

- 连续极限结果:

$$R_{ee} = \frac{\Gamma(D_s^* \rightarrow D_s e^+ e^-)}{\Gamma(D_s^* \rightarrow D_s \gamma)} = 0.624(3)\%$$





# 第四届中国格点量子色动力学研讨会

2024.10.11-15 湖南·长沙

<https://indico.ihep.ac.cn/event/22108/>

# 会议信息

- 会议网站: <https://indico.ihep.ac.cn/event/22108/>
- 会议组委会: 陈莹、丁亨通、冯旭、宫明、桂龙成、梁剑、刘川、刘柳明、刘朝峰、孙鹏、王伟、吴佳俊、杨一玻、张建辉
- 会议联系人: 桂龙成 18684752903 ([guilongcheng@hunnu.edu.cn](mailto:guilongcheng@hunnu.edu.cn))
- 会议报到: 通程麓山大酒店一楼大厅
- 会议厅: 通程麓山大酒店湘江厅

# 总结

- 粲物理格点QCD计算有助于理解QCD、精确检验标准模型
- 衰变常数:  $D_{(s)}^{(*)}$ 、 $J/\psi$ 、 $\eta_c$  李东浩 et al., to appear
- 辐射衰变:  $D_s^* \rightarrow D_s \gamma$  孟雨 et al., arXiv:2401.13475 (PRD109.074511)



- 更多夸克质量点
- 更多格距
- 更多过程

谢谢!